III.5 アインシュタイン - ポドルスキー - ローゼンのパラドックスの上で*

ジョン S. ベル†

I. 導入

アインシュタイン，ポドルスキー，ローゼンのパラドックス [1] は，量子力学が完全な理論ではなく，追加の (さらなる) 変数によって補われなければならないという議論を展開した．これらの追加の変数は，因果関係と局所性を回復するために必要であった [2]．このノート (論文) ではその考えは数学的に定式化され，量子力学の統計的予測と互換性がない (相容れない) ことが示される．これは局所性の要求，あるいはより正確には，ある一つの系の上への測定の結果が，それが過去に相互作用した離れた系の上への操作によって影響を受けないということが，根本的な困難を生んでいる (ということを意味する)．そのような分離可能性または局所性の要求なしでさえ，量子力学のいかなる “隠れた変数”(という) 解釈も可能ではないことを示す [3] という試みもあった．これらの試みはどこかほか [4] で検討され，希望が見いだされた．さらに，初歩の量子論の隠れた変数解釈 [5] は明示的に構成された．そのような特定の解釈は確かに著しい非局所的構造を持っている．ここで証明される結果にしたがうと，これ (この論文) は量子力学的予測を正確に再現させる様ないかなる理論をも特徴付ける (ことになる)．

II. 定式化

ボームとアハラノフが提唱する例 [6] では，EPR の議論は以下の通りである．スピン 1/2 粒子のペアが何らかの形で一重のスピン状態に形成され，反対方向に自由に動いているものとしよう．シュテルン - ゲルラッハ磁石によって，スピン $\vec{\sigma}_1$ 及び $\vec{\sigma}_2$ の選ばれた成分の測定を行うことができる．もし，$\vec{a}$ をある単位ベクトルとするとき，成分 $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ の測定が値 $+1$ をもたらすならば，量子力学に従うと，$\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{a}$ の測定は値 -1 をもたらさなければならない．また逆も同様である．いま，我々は仮説 [2] を仮定し，2 つの測定がお互いに離れた位置にあるとき，一つの磁石の向きが他方で得られる結果に影響を与えないということは少なくとも考慮に値する．いかなる選ばれた $\vec{\sigma}_2$ の成分の測定結果も，以前測定した $\vec{\sigma}_1$ の同じ成分によって前もって予測することができる．いかなるそのような測定結果も実はあらかじめ決まっていなければならないことになる．初期の量子力学的波動関数が個々の測定結果を決定するわけではないので，この事前決定は状態のより完全な指定の可能性を示唆している．

このより完全な指定がパラメータ λ によってもたらされるものとしよう．以下では，λ が単一変数または変数の組を表すか，または関数の組を表すかどうかでさえも，そして変数が離散または連続であるかも重要ではない．しかし，ここでは λ が単一連続パラメータであるかのように書くことにする．$\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ の測定結果 A はすると $\vec{a}$ と λ によって決定され，そして $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ の測定結果 B は同じ例において $\vec{b}$ と λ によって決定される．そして

* 米国原子力委員会によって部分的に支援された業務
† SLAC とセルン (CERN) からの休暇の許可上で
当初 *Physics, I*, 195-200 (1964) で発表された．

$$A(\vec{a}, \lambda) = \pm 1, B(\vec{b}, \lambda) = \pm 1. \tag{1}$$

である．不可欠な仮定は，粒子 2 に対する結果 B が，$\vec{b}$ の上への A ではなく，粒子 1 に対する磁石の設定 $\vec{a}$ に依存しないということである．$\rho(A)$ が λ の確率分布であるなら，2 つの成分 $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ と $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ の積の期待値は

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda_\rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \tag{2}$$

である．これは量子力学的期待値に等しくなければばならない．そして一重項状態に対するそれは

$$\langle \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} \quad \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b} \rangle = -\vec{a} \cdot \vec{b}. \tag{3}$$

である．しかし，これが不可能であることが示される．ある人は A が一方に依存し B が他方に依存するという，隠れた変数が 2 つの組に落ち着くという定式化を好むかもしれない．λ がいかなる数の変数に対しても成り立ち，A と B の依存性定理が制限されないことより，この可能性は上記に含まれている．アインシュタインによって想定された型の完全な物理理論では，隠れた変数は力学的意義と運動の法則を持っている．ここでの λ はすると，ある適切な瞬間の初期値と考えることができる．

III. 具体例

参考文献

1. A. EINSTEIN, N. ROSEN and B. PODOLSKY, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935); see also N. BOHR, *Ibid.* **48**, 696 (1935), W. H. FURRY, *Ibid.* **49**, 393 and 476 (1936), and D. R. INGLIS. *Rev. Mod. Phys.* 33, 1 (1961).
2. "But on one supposition we should, in my opinion, absolutely hold fast: the real factual situation of the system S_2 is independent of what is done with the system S_1, which is spatially separated from the former." A. EINSTEIN in *Albert Einstein, Philosopher Scientist,* (Edited by P. A. SCHILP) p. 85, Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois (1949).
3. J. VON NEUMANN, *Mathematishe Grundlagen der Ouanten-mechanik.* Verlag Julius-Springer, Berlin (1932), [English translation: Princeton University Press (1955)]; J. M. JAUCH and C. PIRON, *Helv. Phys.Acta* **36**, 827 (1963).
4. J. S. BELL, to be published.
5. D.BOHM,*Phys. Rev.* **85**, 166 and 180 (1952).
6. D.BOHM and Y.AHARONOV, *Phys.Rev.* **108**, 1070 (1957)

7 P. A. M. DIRAC, *The Principles of Quantum Mechanics* (3rd Ed.) p. 37. The Clarendon Press, Oxford (l947).